Przedmiotowy system oceniania   
wraz z określeniem wymagań edukacyjnych

MATeMAtyka klasy 1-4

Zakres podstawowy i rozszerzony

(Dokument powstał na podstawie wymagań edukacyjnych wyd. Nowa Era

Agnieszka Kamińska , Dorota Ponczek)

* Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
* Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone   
  o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
* Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
* Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
* Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)

ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)

ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)

ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)

ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

**Klasa I**

**1. LICZBY RZECZYWISTE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb |
| * rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki) |
| * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone |
| * stosuje cechy podzielności liczb |
| * podaje dzielniki danej liczby naturalnej |
| * znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb |
| * porównuje liczby wymierne |
| * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych |
| * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu |
| * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach |
| * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia |
| * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe |
| * wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych |
| * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego |
| * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu |
| * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki) |
| * szacuje wartości liczb niewymiernych |
| * zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki) |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki) |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki) |
| * interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego |
| * oblicza procent danej liczby |
| * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba |
| * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent |
| * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. |
| * przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki) |
| * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r* |
| * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych |
| * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki) |
| * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły |
| * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora |
| * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki) |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki) |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń |
| * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej |
| * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb |
| * udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych) |
| * dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. |
| * dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych |

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony** |
| * opisuje symbolicznie dane zbiory |
| * wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące |
| * **posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów** |
| * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe |
| * wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami |
| * **wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej** |
| * rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej |
| * zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych,   np. *A* = {*x* ∈ **R**: *x* ≥ –4 ∧ *x* < 1} = <–4; 1) |
| * wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej |
| * mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie |
| * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach |
| * stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności |
| * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu , |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą |
| * **wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych** |
| * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych |
| * przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu |
| * stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki) |
| * stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |
| * upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej |
| * wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej |
| * wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej |
| * wyprowadza wzory skróconego mnożenia |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * **formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach** |
| * dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |

# 3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi |
| * sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań |
| * do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb |
| * wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego |
| * rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki) |
| * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach |
| * stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe |
| * dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem |
| * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań |
| * dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony |
| * rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia |
| * zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego |
| * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem |
| * stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych |

# 4. FUNKCJE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami |
| * określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym) |
| * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji |
| * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu) |
| * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji |
| * na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne |
| * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji |
| * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów |
| * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym |
| * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji |
| * odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach) |
| * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach) |
| * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem |
| * posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego |
| * oblicza współrzędne wektora |
| * sporządza wykresy funkcji: , , , , na podstawie danego wykresu funkcji |
| * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji  (proste przypadki) |
| * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych |
| * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne |
| * stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań |
| * wyznacza współczynnik proporcjonalności |
| * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu |
| * szkicuje wykres funkcji  dla danego *a* > 0 i *x* > 0 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych |
| * przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach |
| * na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m* |
| * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m* |
| * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*) |
| * szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach |
| * wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów |
| * znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor |
| * zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor |
| * szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji |
| * sporządza wykres funkcji: , jeśli ma dany wykres funkcji |
| * stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem |
| * udowadnia, że funkcja np. nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji |

# 5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu |
| * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem |
| * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu |
| * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej |
| * oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej |
| * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej |
| * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne |
| * rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne |
| * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność |
| * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych |
| * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej |
| * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie |
| * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe |
| * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej |
| * rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną |
| * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała |
| * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe |
| * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi |
| * **opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych** |
| * rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem |
| * stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym |
| * analizuje własności funkcji liniowej |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze |
| * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| * rozwiązuje układ równań z parametrem |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej |
| * wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt |
| * udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych |

6. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne |
| * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach |
| * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt |
| * udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki) |
| * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań |
| * udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki) |
| * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań |
| * sprawdza, czy dane figury są podobne |
| * oblicza długości boków figur podobnych |
| * stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych |
| * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne |
| * rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa |
| * udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie |
| * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych |
| * rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów |
| * rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie |
| * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa |
| * stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur |

**7.** **FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji i podaje jej własności |
| * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności |
| * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji |
| * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie |
| * oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii |
| * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| * rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika |
| * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych |
| * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej |
| * rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| * rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*) |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności |
| * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności |
| * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną |
| * **znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych** |
| * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej |
| * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli |
| * wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego |
| * szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

**Klasa II**

**1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory |
| * wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość |
| * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki |
| * rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| * zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych |
| * rozwiązuje równania dwukwadratowe |
| * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania |
| * rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania |
| * stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego |
| * stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym |
| * przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych |
| * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe |
| * rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach |
| * zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności |
| * stosując wzory Viète’a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego |
| * układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki |
| * rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki |
| * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej |
| * stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych |
| * rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach |
| * wyprowadza wzory Viète’a |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem |

**2. WIELOMIANY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów |
| * rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| * rozwiązuje proste równania wielomianowe |
| * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach |
| * dzieli wielomian przez dwumian |
| * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia |
| * zapisuje wielomian w postaci |
| * wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian bez wykonywania dzielenia |
| * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki |
| * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych |
| * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach |
| * wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej |
| * znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność |
| * szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa |
| * dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu |
| * rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki |
| * określa stopień wielomianu w zależności od parametru |
| * oblicza sumę współczynników wielomianu |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych |
| * wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory   oraz |
| * stosuje wzory do usuwania niewymierności  z mianownika |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia |
| * stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów |
| * rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie |
| * dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian bez wykonywania dzielenia |
| * dzieli wielomian przez dwumian , stosując schemat Hornera |
| * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki |
| * rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych |
| * rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach |
| * szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków |
| * stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków |
| * wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi |
| * rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych |
| * opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń |
| * rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego |
| * stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci  *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku |

**3. FUNKCJE WYMIERNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) |
| * przesuwa wykres funkcji , gdzie , o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu |
| * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie , aby otrzymać wykres  w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu |
| * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach |
| * wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej |
| * upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia |
| * rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia |
| * rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach |
| * wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem |
| * przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej |
| * szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach |
| * wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej |
| * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku |
| * szkicuje wykresy funkcji , , , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach |
| * mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną |
| * rozwiązuje równania i nierówności wymierne |
| * znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej |
| * rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne |
| * rozwiązuje układy nierówności wymiernych |
| * wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności |
| * stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań |
| * wyznacza liczbę rozwiązań równań , i , gdzie *f* jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru *m* |
| * stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |

**4. TRYGONOMETRIA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30º, 45º, 60º |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego |
| * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku |
| * stosuje wzory: , do obliczania wartości wyrażenia |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych |
| * zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności |
| * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa |
| * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach |
| * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych |
| * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne |
| * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych i 9 |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta |
| * uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną |
| * wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań |
| * stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta |
| * wyprowadza wzór |
| * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach |
| * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów |
| * uzasadnia niektóre własności czworokątów |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa |
| * uzasadnia związki miarowe w czworokątach |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach |

**5. PLANIMETRIA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu |
| * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach |
| * oblicza pole koła i pole wycinka koła |
| * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach |
| * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu |
| * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach |
| * sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg |
| * stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach |
| * sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg |
| * stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach |
| * opisuje własności wielokątów foremnych |
| * oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego |
| * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych |
| * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach |
| * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym |
| * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym |
| * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach |
| * oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego |
| * wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań |
| * korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt |
| * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu |
| * udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności |
| * udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów |
| * rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności |

**6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach |
| * oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów |
| * sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej |
| * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności |
| * oblicza logarytm danej liczby |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach |
| * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności |
| * oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji |
| * wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie |
| * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych |
| * szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*) |
| * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach |
| * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic |
| * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej |
| * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń |
| * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|) w trudniejszych przypadkach |
| * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej |
| * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i  monotoniczności funkcji wykładniczej |
| * rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej |
| * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie |
| * udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| * udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu |

**Klasa III**

**1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu |
| * zaznacza kąt w układzie współrzędnych |
| * określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150° |
| * określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach |
| * zapisuje miarę danego kąta w postaci |
| * zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie |
| * odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu |
| * szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności |
| * szkicuje wykres funkcji , gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności |
| * szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX* |
| * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach |
| * uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów |
| * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach |
| * zapisuje dany kąt w postaci lub , gdzie |
| * stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów |
| * rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne |
| * posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080° |
| * stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach |
| * wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach |
| * szkicuje wykres funkcji okresowej |
| * stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości |
| * stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej |
| * szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności |
| * na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności |
| * stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens |
| * udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach |
| * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych |
| * stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta |
| * rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności |
| * rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia |

**2. GEOMETRIA ANALITYCZNA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych |
| * stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach |
| * wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców |
| * stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| * oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi |
| * stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| * podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu |
| * podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej |
| * wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt |
| * podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami |
| * opisuje koło w układzie współrzędnych |
| * sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) |
| * rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną |
| * wykonuje działania na wektorach |
| * sprawdza, czy wektory są równoległe |
| * stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów |
| * stosuje działania na wektorach do podziału odcinka |
| * wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |
| * wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej |
| * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach |
| * sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu |
| * wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg |
| * stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami |
| * wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem |
| * stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów |
| * podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia |
| * opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny |
| * stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach |
| * stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie |
| * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

**3. CIĄGI**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| * wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie |
| * szkicuje wykres ciągu |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| * wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach |
| * podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki |
| * uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny |
| * wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym |
| * bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach |
| * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach |
| * podaje przykłady ciągów arytmetycznych |
| * wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica |
| * określa monotoniczność ciągu arytmetycznego |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy |
| * stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| * podaje przykłady ciągów geometrycznych |
| * wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy |
| * określa monotoniczność ciągu geometrycznego |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| * wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach |
| * stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach |
| * oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji |
| * oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach |
| * ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość |
| * ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach |
| * podaje granice ciągów , gdy , , gdy *k* > 0 oraz |
| * rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy |
| * stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla oraz dla |
| * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach |
| * sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |
| * oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach |
| * bada monotoniczność ciągów |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| * rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu |
| * uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| * stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie |
| * rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami |
| * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów |
| * uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy |
| * oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach |
| * wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny |
| * stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów |
| * rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego |
| * zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| * rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego |
| * wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru |
| * uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej |

**4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach |
| * oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach |
| * oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach |
| * wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach |
| * wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach |
| * wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach |
| * wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach |
| * sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach |
| * oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach |
| * stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w prostych przypadkach |
| * wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie |
| * wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie |
| * stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach |
| * wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach |
| * stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach |
| * korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów |
| * podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu |
| * wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum |
| * uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum |
| * wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach |
| * podaje i stosuje schemat badania własności funkcji |
| * szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie |
| * uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie |
| * oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci oraz granice funkcji trygonometrycznych |
| * stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie |
| * oblicza granice funkcji w nieskończoności |
| * wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach |
| * bada ciągłość funkcji |
| * wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale |
| * stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości |
| * oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w trudniejszych przypadkach |
| * uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie |
| * stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie |
| * wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki |
| * wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych |
| * wyznacza pochodną funkcji złożonej |
| * stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji |
| * wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach |
| * uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze |
| * wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna |
| * wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach |
| * uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji |
| * wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym |
| * rozwiązuje zadania optymalizacyjne |
| * bada własności funkcji i szkicuje jej wykres |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzory na pochodne funkcji |
| * wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji |
| * **wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji** |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności |

**5. STATYSTYKA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych |
| * odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych |
| * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami |
| * odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach |
| * wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami |
| * rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

**Klasa IV**

**1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia |
| * stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach |
| * przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach |
| * wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru |
| * wykonuje obliczenia, stosując definicję silni |
| * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach |
| * oblicza wartość symbolu Newtona |
| * oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach |
| * stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach |
| * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności |
| * określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia |
| * wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu |
| * określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się |
| * wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach |
| * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach |
| * podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką |
| * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego |
| * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach |
| * sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach |
| * ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa |
| * oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernulliego |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w prostych przypadkach |
| * podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach |
| * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach |
| * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje własności trójkąta Pascala |
| * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczenia współczynników wielomianów |
| * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona |
| * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach |
| * ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej *k* sukcesów w *n* próbach |
| * podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach |
| * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa |
| * udowadnia wzór Bayesa |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |

## 2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne |
| * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę |
| * określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi |
| * wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) |
| * oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa |
| * rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu |
| * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach |
| * oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego |
| * wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy |
| * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach |
| * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach |
| * na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach |
| * oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej |
| * stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań |
| * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach |

## 3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| * zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli |
| * oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| * rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany |
| * wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań |
| * opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne) |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych |
| * wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego |

# 4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych |
| * przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną |
| * stosuje metodę równoważnego przekształcenia tezy – w trudnych sytuacjach |
| * przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych) |

# 5. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej, drugiej i trzeciej. Z kolei te z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii są opisane powyżej.